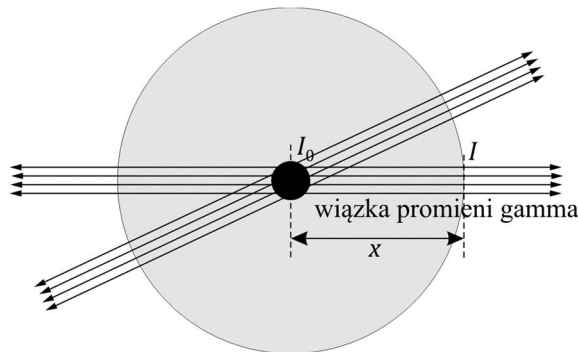


SYMULACJA GAMMA KAMERY MATERIAŁ DLA STUDENTÓW

Szacowanie pochłoniętej energii promieniowania jonizującego

W celu analizy narażenia na promieniowanie osoby, której podano radiofarmaceutyk, posłużymy się uproszczonym, poniżej przedstawionym modelem. Obiektem modelowym jest kula o promieniu x wypełniona wodą. W centrum kuli zdeponowano radiofarmaceutyk. Emituje on promieniowanie gamma we wszystkich kierunkach (patrz ryc. poniżej). Część promieniowania pozostaje w obiekcie zaabsorbowana. Promieniowanie opuszczające obiekt, po detekcji może zostać wykorzystane w diagnostyce, jak ma to miejsce w przypadku gamma kamery.



Ryc. 1 Obiekt modelowy: kula wodna o promieniu x z umieszczonym w centrum źródłem promieniowania (radiofarmaceutykiem).

Radiofarmaceutyk emituje promieniowanie tak długo, aż nie nastąpi jego całkowity naturalny rozpad promieniotwórczy oraz naturalne wydalenie z organizmu. Miarą szybkości procesu rozpadu promieniotwórczego jest fizyczny czas połowicznego zaniku $T_{1/2}$ charakterystyczny dla danego izotopu promieniotwórczego natomiast miarą szybkości naturalnego procesu usuwania substancji z organizmu drogą procesów fizjologicznych jest tzw. biologiczny okres półtrwania T_{BIO} . Liczba cząstek radiofarmaceutyku wprowadzonych do ciała badanej osoby zmniejsza się w wyniku zachodzenia obu procesów jednocześnie. Czas po którym liczba ta zmaleje dwukrotnie określa się mianem efektywnego czasu połowicznego zaniku $T_{ef.}$, który wyraża się wzorem:

$$\frac{1}{T_{ef.}} = \frac{1}{T_{1/2}} + \frac{1}{T_{BIO}} \quad (1)$$

i po przekształceniu:

$$T_{ef.} = \frac{T_{1/2} \cdot T_{BIO}}{T_{1/2} + T_{BIO}} \quad (2)$$

Aby obliczyć ilość energii zaabsorbowanej w naszym obiekcie modelowym obliczymy w pierwszej kolejności liczbę rozpadów zachodzących w jego obszarze w czasie t . W tym celu wykorzystamy prawo rozpadu promieniotwórczego:

$$N_t = N_0 e^{-\lambda \cdot t} \quad (3)$$

gdzie:

- N_t – liczba jąder pierwiastka promieniotwórczego, które nie uległy w czasie t rozpadowi (pozostały w próbce),
- N_0 – początkowa liczba jąder pierwiastka promieniotwórczego znajdująca się w obserwowanym obszarze obiektu modelowego,

λ – stała rozpadu.

Pomiędzy stałą rozpadu λ a wspomnianym wcześniej fizycznym czasem połowicznego zaniku $T_{1/2}$ zachodzi relacja:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

W omawianym przypadku zastąpimy stałą rozpadu λ efektywną stałą rozpadu $\lambda_{ef.}$:

$$\lambda_{ef.} = \frac{\ln 2}{T_{ef.}} \quad (4)$$

i ostatecznie prawo rozpadu (3) zapiszemy w formie:

$$N_t = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{ef.}} t} \quad (5)$$

Liczba jąder N radiofarmaceutyku, które uległy rozpadowi emitując promieniowanie lub uległy wydaleniu z organizmu po czasie t obliczymy odejmując od początkowej liczby jąder N_0 liczbę N_t tych, które jeszcze nie uległy rozpadowi lub wydaleniu:

$$N = N_0 - N_t = N_0(1 - e^{-\lambda_{ef.} t}) = N_0 \left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_{ef.}} t}\right) \quad (6)$$

Korzystając z nieco innego zapisu prawa rozpadu:

$$\frac{\Delta N}{N} = -\lambda_{ef.} \cdot \Delta t \quad (7)$$

wprowadzimy pojęcie aktywności A próbki substancji promieniotwórczej. Z definicji *aktywność* A to liczba rozpadów ΔN zachodzących w jednostce czasu Δt :

$$A = \frac{\Delta N}{\Delta t} \quad (8)$$

Jej jednostką jest 1 Bq (bekerel). Aktywność jednego Bq oznacza, że w trakcie jednej sekundy w obrębie próbki dochodzi do jednego rozpadu promieniotwórczego.

Pomiędzy aktualną liczbą jąder N_t w próbce i jej aktywnością zachodzi, wynikająca ze wzorów (7) i (8) z uwzględnieniem (4), zależność:

$$N_t = A \cdot \frac{T_{ef.}}{\ln 2} \quad (9)$$

Uwzględniając, że początkowa aktywność wynosi A_0 możemy, uwzględniając (9), zapisać wzór (6) w postaci:

$$N = A_0 \cdot \frac{T_{ef.}}{\ln 2} \left(1 - e^{-\frac{t \ln 2}{T_{ef.}}}\right) \quad (10)$$

Wzór ten określa liczbę rozpadów, która nastąpiła w obrębie badanej próbki (zlokalizowanej w badanym organie) w czasie t liczonym od momentu rozpoczęcia obserwacji, czyli od momentu podania badanej osobie radiofarmaceutyku o początkowej, znanej aktywności A_0 .

Aby obliczyć ilość energii zaabsorbowanej naszym obiekcie modelowym skorzystamy z prawa Lamberta osłabiania promieniowania jonizującego. Dla przypomnienia ma ono następującą postać:

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

Natężenie promieniowania o początkowej wartości I_0 , po przejściu przez warstwę substancji o grubości x , przyjmie wartość I . Grubością absorbującej warstwy jest promień kuli będącej naszym obiektem modelowym. Zgodnie z prawem Lamberta stosunek wartości natężenia promieniowania opuszczającego obiekt w danym kierunku, w stosunku do wartości natężenia promieniowania I_0 , wynosi:

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu x}$$

Zatem w obiekcie pozostaje ułamek f całości energii promieniowania, pochodzącego z podanego pacjenta radiofarmaceutyka, wynoszący:

$$f = 1 - \frac{I}{I_0} = 1 - e^{-\mu x} \quad (11)$$

Jeśli łączną liczbę rozpadów N następujących w obrębie analizowanego obszaru w czasie t wyraża wzór (10) to energia zdeponowana w tym obszarze jest iloczynem liczby rozpadów i energii towarzyszącej każdemu z nich, z uwzględnieniem czynnika f :

$$E = f \cdot N \cdot E_\gamma \cdot 1,6 \times 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}} \quad (12)$$

gdzie E_γ jest energią emitowanych fotonów gamma wyrażoną w elektronowoltach (eV). Czynniki liczbowe $1,6 \times 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}}$ pozwala na przeliczenie elektronowoltów na dżule.

Wykonanie badań diagnostycznych z użyciem radiofarmaceutyków wymaga analizy ilości (dawki) niezbędnego do podania środka pod kątem co najmniej dwóch czynników: bezpieczeństwa osoby badanej i jakości otrzymanego obrazu. Zagadnieniami pomiarów i obliczeń dawek promieniowania jonizującego zajmuje się dział fizyki jądrowej zwanej dozymetrią. Poniżej podane są definicje kilku podstawowych pojęć dozymetrii.

A. Średnia dawka pochłonięta

W dozymetrii promieniowania jonizującego znaczenie ma ilość energii E przekazanej jednostce masy m danej substancji. Jej miarą jest wielkość D zwaną **średnią dawką pochłoniętą**:

$$D = \frac{E}{m}$$

Jednostką dawki pochłoniętej w układzie SI jest grej (Gy). $1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg}$.

B. Równoważnik dawki pochłoniętej H_{TR} :

Nie tylko ilość energii ale również jej „jakość” ma znaczenie w ocenie wpływu promieniowania na organizmy żywe. Pod słowem jakość kryje się rodzaj promieniowania tzn. czy jest to promieniowanie alfa, beta, gamma, rtg, czy może strumień protonów lub neutronów. Każdemu z tych rodzajów promieniowania przypisuje się, z uwagi na różną zdolność do jonizacji materii, różną wartość tzw. współczynnika wagowego w_R . Aby zatem uwzględnić wpływ rodzaju promieniowania na ewentualne skutki biologiczne definiuje się **równoważnik dawki pochłoniętej H_{TR}** .

Równoważnik dawki pochłoniętej, w myśl definicji to ilość energii, którą deponuje promieniowanie w materii żywej (tkance, organie), przez którą przechodzi, z uwzględnieniem skutków biologicznych wywołanych w zależności od rodzaju promieniowania. Jednostką równoważnika dawki pochłoniętej w układzie SI jest siwert (Sv). Równoważnik dawki pochłoniętej otrzymuje się w wyniku przemnożenia dawki pochłoniętej przez współczynnik wagowy promieniowania:

$$H_{\text{TR}} = w_R \cdot D_{\text{TR}}$$

gdzie:

- w_R - współczynnik wagowy promieniowania,
- średnia dawka pochłonięta promieniowania R przez tkankę T.

Wartości współczynników wagowych dla różnych rodzajów promieniowania zestawiono w tabeli poniżej.

Rodzaj promieniowania	Energia	Współczynnik wagowy
promieniowanie rentgenowskie, promieniowanie γ		1
elektrony (promieniowanie β), pozytony i miony		1
neutrony	< 10 keV	5
	10 –100 keV	10
	100 keV – 2 MeV	20
protony	> 2 MeV	2
cząstki α , fragmenty rozszczepień, ciężkie nukleony		20

PRZYKŁAD:

W przyjętym przez nas modelu rolę tkanki absorbującej promieniowanie pełni woda. Podany radiofarmaceutyk emituje kwanty promieniowania gamma o energii 0,364 MeV. Dla tej energii kwantów wartość liniowego współczynnika osłabiania wody wynosi około 11 m^{-1} . Nasz modelowy obiekt ma rozmiar określony przez promień kuli równy $x = 0,20 \text{ cm}$. Początkowa aktywność podanego radiofarmaceutyku wynosi 30 MBq. Biologiczny czas półtrwania radiofarmaceutyku wynosi 130 dni natomiast fizyczny czas połowicznego zaniku $T_{1/2}$ wynosi 8,0 dni. Obliczyć:

- ilość zdeponowanej w obiekcie energii,
- wartość średniej dawki pochłoniętej,
- równoważnik dawki pochłoniętej.

1. Obliczenie ilości zdeponowanej w obiekcie energii

W tym celu musimy wyznaczyć wartość ułamka f :

$$f = 1 - e^{-\mu \cdot x} = 1 - e^{-11 \text{ m}^{-1} \cdot 0,20 \text{ m}} = 1 - 0,11 = 0,89$$

Następnie należy obliczyć ilość rozpadów promieniotwórczych które nastąpią w rozpatrywanym obszarze korzystając ze wzoru (10). We wzorze tym przyjmujemy wartość czasu t jako nieskończenie długą co oznacza że wewnątrz obszaru nie ma już rozpadających się jader atomowych. Całkowita liczba rozpadów wyniesie zatem:

$$N = A_0 \cdot \frac{T_{ef.}}{\ln 2}$$

Korzystając ze wzoru (2) wyznaczamy potrzebną wartość efektywnego czasu połowicznego zaniku $T_{ef.}$:

$$T_{ef.} = \frac{T_{1/2} \cdot T_{BIO}}{T_{1/2} + T_{BIO}} = \frac{1040}{138} = 7,5 \text{ dnia}$$

Zatem całkowita liczba rozpadów wynosi:

$$N = A_0 \cdot \frac{T_{ef.}}{\ln 2} = 30 \times 10^6 \text{ Bq} \frac{7,5 \times 24 \times 3600 \text{ s}}{\ln 2} = 2,8 \times 10^{13}$$

Następnie, stosując wzór (12), obliczamy wartość energii promieniowania zaabsorbowanego w kuli:

$$E = f \cdot N \cdot E_{\gamma} \cdot 1,6 \times 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}} = 0,89 \cdot 2,8 \times 10^{13} \cdot 0,364 \times 10^6 \text{ eV} \cdot 1,6 \times 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}} = 1,5 \text{ J}$$

2. *Obliczenie wartości średniej dawki pochłoniętej.*

Masa kuli wodnej o promieniu 0,20 m wynosi:

$$m = d \cdot V = \frac{4}{3} \pi \cdot (0,20 \text{ m})^3 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 33 \text{ kg}$$

zatem średnia dawka pochłonięta wynosi:

$$D = \frac{1,5 \text{ J}}{33 \text{ kg}} = 0,045 \text{ Gy}$$

3. *Obliczenie równoważnika dawki pochłoniętej.*

Ponieważ podany radiofarmaceutyk emituje promieniowanie gamma, którego współczynnik wagowy promieniowania w_R wynosi 1 (patrz załączona tabela) to równoważnik dawki pochłoniętej wynosi:

$$H_{\text{TR}} = w_R \cdot D_{\text{TR}} = 1 \cdot 0,045 \text{ Gy} = 0,045 \text{ Sv}$$